

基于统计推断的 PMT 波形分析 FSMP

第三届地下和空间粒子物理与宇宙物理前沿问题研讨会

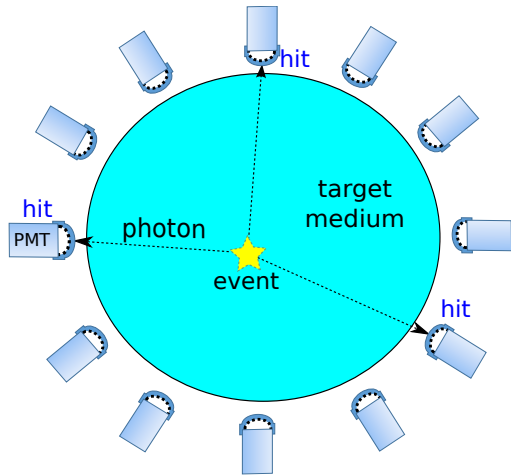
武益阳、王宇逸、张爱强、续本达

2024-05-08

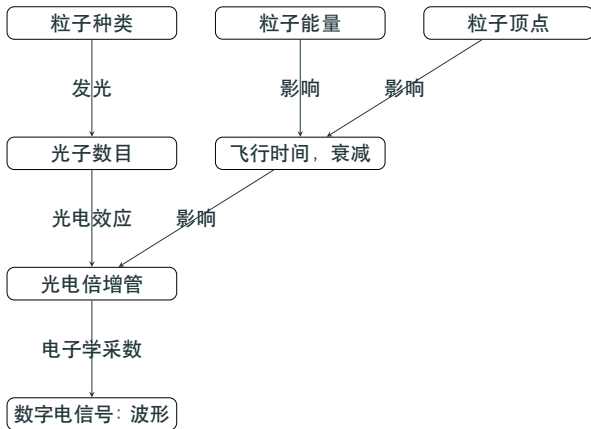
清华大学

引言

切伦科夫、闪烁光探测器的信息流中心 PMT



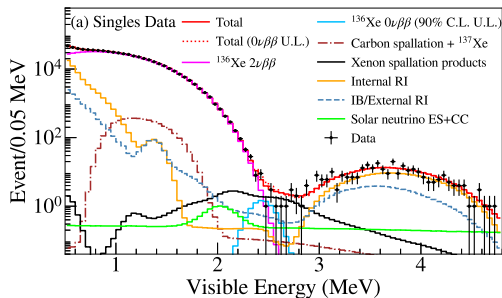
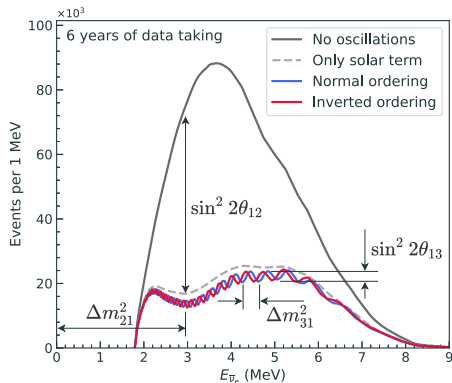
液体探测器示意图



从物理事件到原始数据的信息流动

事例重建、粒子鉴别是物理分析的基石

探测器能量分辨率对反应堆中微子测定质量顺序、 $0\nu\beta\beta$ 搜寻等物理影响重大

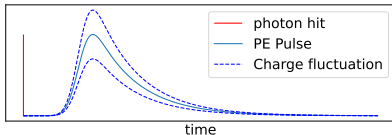


KamLAND-Zen 拟合 $\beta\beta$ 候选事例能谱 [2]

JUNO 利用 $\bar{\nu}_e$ 能谱测定中微子质量顺序 [1]

位置重建、粒子鉴别也影响探测效率，进而影响有效统计量 → 对物理目标的灵敏度

PMT 波形分析的意义



光子击中 \rightarrow 光电子 (PE) \rightarrow 电流脉冲

理想 PMT，波形是 δ 函数：无视脉冲高度，读取脉冲数目 (NPE) 和时间

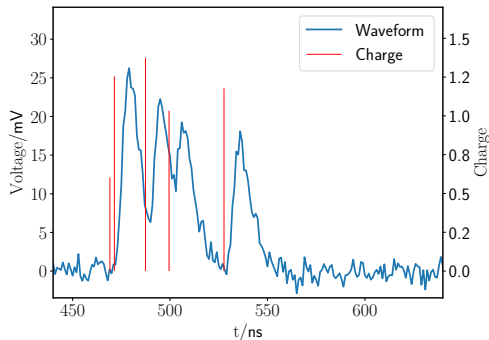
单 PE 电荷：脉冲的积分值，有涨落 $q \sim \mathcal{N}(\mu_q, \sigma_q^2)$
PE 各自的电荷**不携带**光子的信息。



PMT 波形分析的意义

现实情况：PE 堆叠 + 电子学白噪声 + 电荷涨落 $q \sim \mathcal{N}(\mu_q, \sigma_q^2)$

- 无法简单计数脉冲数目
- 电荷涨落 \rightarrow 使用 $\frac{\text{总电荷}}{\mu_q}$ 计算 NPE
有“电荷弥散”
- 若能克服堆叠计数 PE，将提升能量分辨率
- 若可给出全部 PE 时间信息，将增进位置重建与粒子鉴别能力



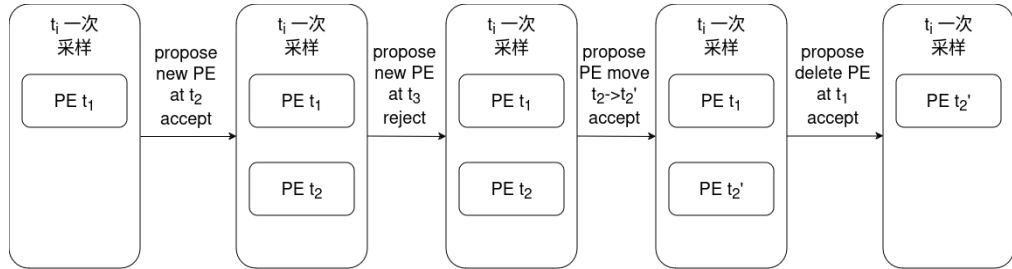
Fast Stochastic Matching Pursuit (FSMP) 算法

FSMP 采样过程: 不断改变 PE 数目 N 与时间 t_i , 匹配波形

FSMP: 不仅仅是拟合

波形拟合: 不同 PE 数目待拟合参数不同, 跨维度!

FSMP: 使用完整的统计建模 + 可逆马尔科夫链蒙特卡罗 (RJMCMC) 解决跨维度的统计推断



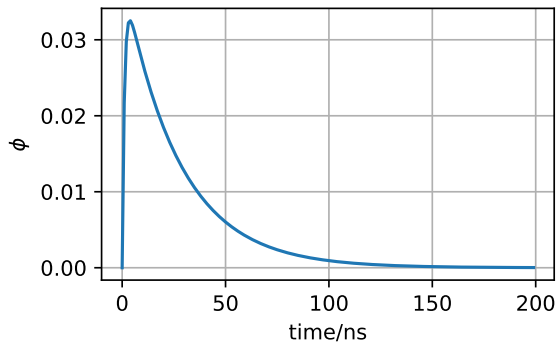
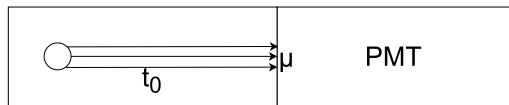
针对 PE 时间 t_i 的 RJMCMC 采样

关于接收/拒绝跳跃的概率, 请参考 arXiv 2403.03156 2.3 节 [3]

简化探测器模型

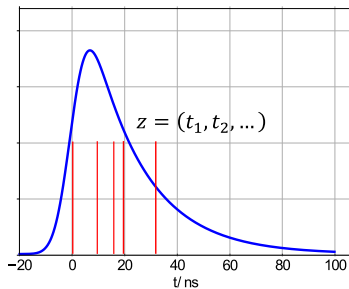
单 PMT 探测器简易模型：PE 数期望 μ (“能量”), 飞行时间 t_0 (“顶点”)

发光曲线参考自锦屏 1t 探测器慢液闪：

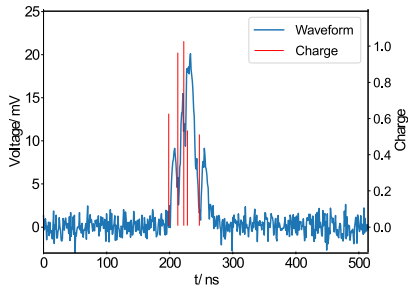
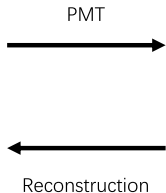


归一化光变曲线, $t_0 = 0$

发光 → PE 序列：光变曲线与泊松过程



Sample from Poisson process

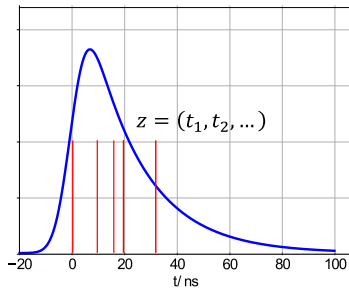


Convolution with single PE waveform

PE 总数 N 遵从泊松分布: $N \sim \pi(\mu)$; 每个 PE 时间 t_i 服从归一化光变曲线 PDF $\phi(t - t_0) \Rightarrow$ 非齐次泊松过程

$$p(N, t_i | \mu, t_0) = e^{-N\mu} \frac{\mu^N}{N!} \prod_{i=1}^N \phi(t_i - t_0)$$

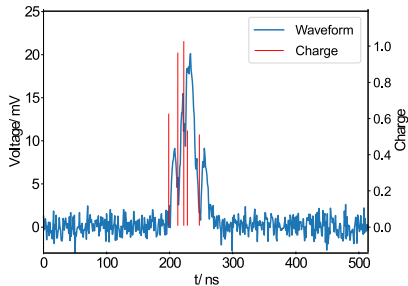
PE 序列 \rightarrow 波形: 单 PE 响应 (SER) 线性叠加 + 电子学噪声



Sample from Poisson process

PMT \rightarrow

\leftarrow Reconstruction



Convolution with single PE waveform

每个 PE 的电荷分布 $q_i \sim \mathcal{N}(\mu_q, \sigma_q^2)$; 噪声 $\sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$. w_j 是 t_j 处采样的波形:

$$w_j | t_i, q_i \sim \mathcal{N}\left(\sum_i q_i \text{SER}(t_j - t_i), \sigma_\epsilon^2\right)$$

高斯电荷项可以解析积分，减少变量数目

$$w_j | t_i, q_i \sim \mathcal{N}\left(\sum_i q_i \text{SER}(t_j - t_i), \sigma_\epsilon^2\right) \Rightarrow w_j | t_i \sim \mathcal{N}(\mathbf{U}, \Sigma)$$

$$U_j = \mu_q \sum_{i=1}^N \text{SER}(t_w - t_i)$$

$$\Sigma_{ww} = \sigma_q^2 \sum_{i=1}^N \text{SER}(t_w - t_i) \text{SER}(t_v - t_i) + \sigma_\epsilon^2 \delta_{ww}$$

将 PE 数、PE 时间、波形项相乘，得到似然函数

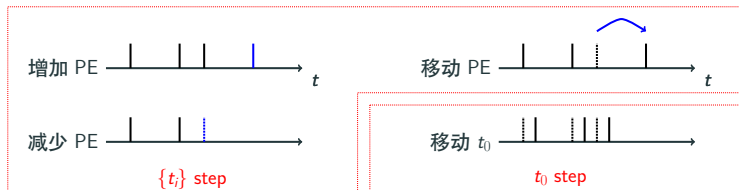
$$p(w_j, N, t_i | \mu, t_0) = e^{-N\mu} \frac{\mu^N}{N!} \prod_{i=1}^N \phi(t_i - t_0)$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \det \Sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{w} - \mathbf{U})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{w} - \mathbf{U})\right] \quad \Sigma^{-1} \text{可用矩阵求逆引理快速迭代}$$

重建 μ, t_0

对物理事例的重建准确度是衡量波形分析的指标

同 PE 时间 $\{t_i\}$, t_0 也可加入 MCMC 采样, 采样得到的均值即为估计值 \hat{t}_0



RJMCMC 对中间变量 $\{t_i\} t_0$ 采样等价于将其积分, 似然函数化简为

$$p(\mathbf{w}|\mu) \propto e^{-(\mu-\mu_0)} \sum_{\text{各采样}} \left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)^N, \text{ 其中 } \mu_0 \text{ 为采样时的拟设值。}$$

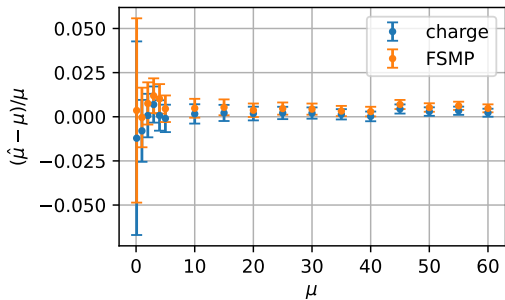
$\hat{\mu}$ 最终可由最大似然法给出: $\arg \max_{\mu} p(\mathbf{w}|\mu)$

算法效果对比： μ 重建结果

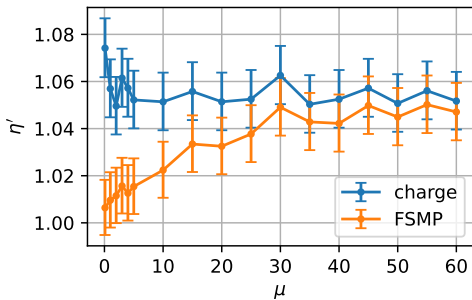
电荷法： $\hat{\mu} = \text{总电荷} / \mu_q$

$\eta_{\text{theory}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ 是已知 N 真值的能量分辨率，理论极限

分辨率 $\eta = \frac{\sqrt{\text{Var}[\hat{\mu}]}}{\text{E}[\hat{\mu}]}$ ，相对分辨率 $\eta' = \frac{\eta}{\eta_{\text{theory}}}$ ，



μ 相对偏差

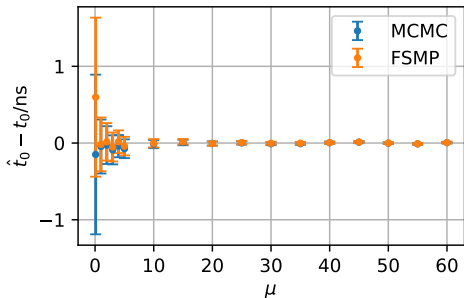


μ 的相对分辨率

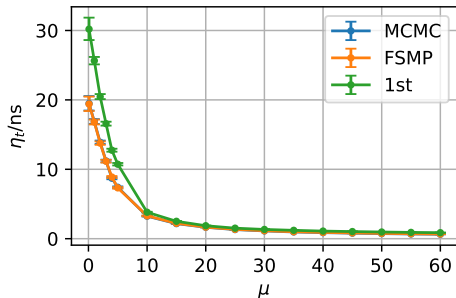
算法效果对比： t_0 重建结果

1st 法：第一 PE 时间作为 t_0 ，偏差较大。

MCMC 法：已知 PE 时间真值 $\{t_i\}$ 时 t_0 估计，理论极限 (构建单独采样 t_0 的 MCMC)



t_0 偏差



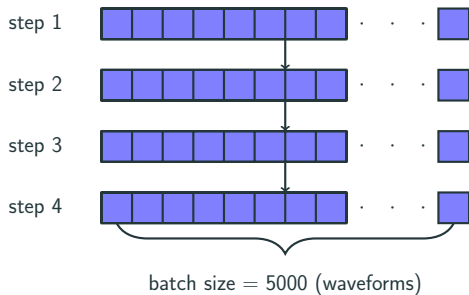
t_0 分辨率，FSMP 几乎逼近理论上限 MCMC

更多算法的对比见 arXiv 2112.06913 4.3 节 [4]

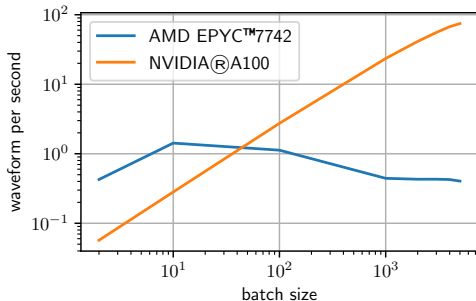
Fast: GPU 加速

FSMP 含大量矩阵运算，大数据情况下适合 GPU。相较于 CPU 单核运算，GPU 可加速上百倍，且仍有优化空间。

Batched algorithm



GPU 并行处理多个波形

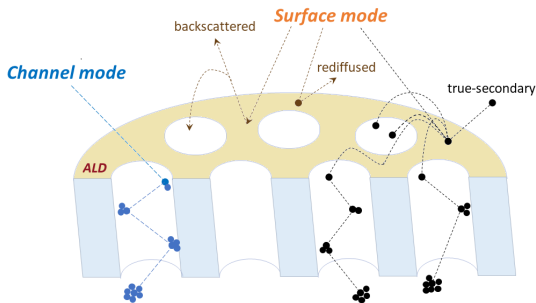


FSMP 在 CPU 与 GPU 上的速度 vs batch size

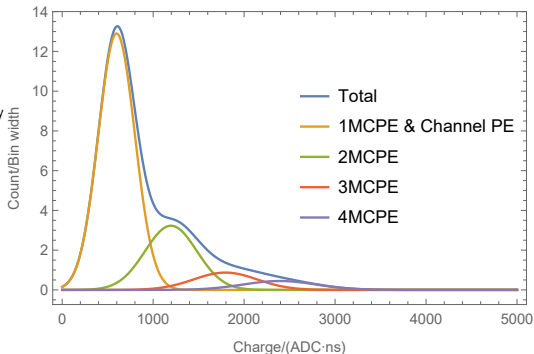
非高斯电荷谱拓展

高收集效率 MCP PMT 与其大电荷成分

当 PE 入射 MCP 表面时，可发射二次电子进入倍增孔，极大提升 PE 收集效率，同时为电荷谱带来“长尾”，加重电荷弥散效应。



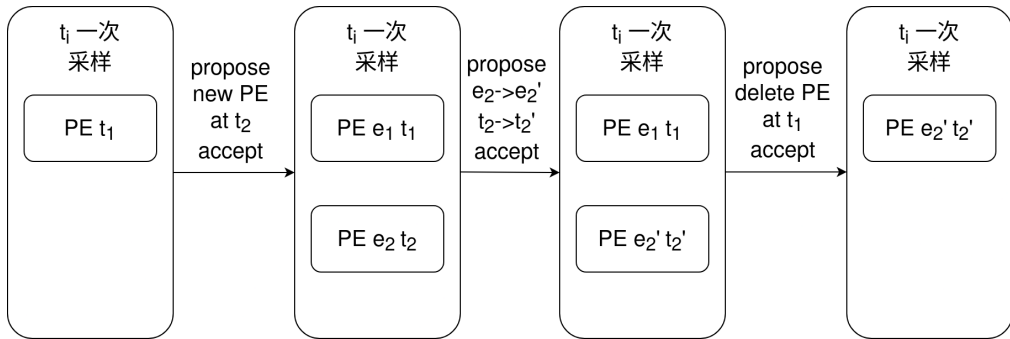
高收集效率的表面 ALD 镀膜 MCP-PMT



多高斯参数化的 MCP-PMT 电荷模型

多高斯近似与 FSMP 适配

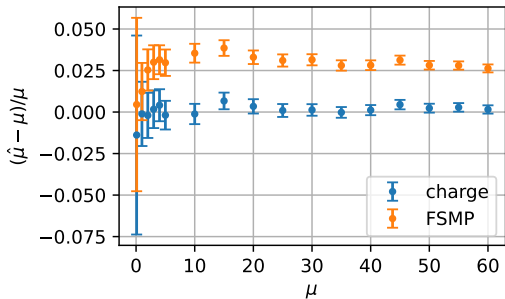
RJMCMC 链中每个 PE 除了时间 t_i 属性外，添加 e_j 属性，表征属于第几个高斯电荷模式：



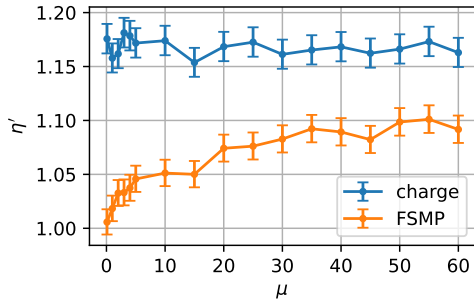
MCP-FSMP 采样过程示意

结果

模拟使用的参数参考自将在锦屏中微子实验 500t 上使用的 8 英寸 MCP-PMT



MCP-PMT 场景下 μ 相对偏差



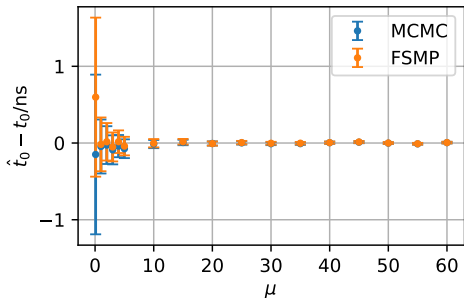
MCP-PMT 场景下 μ 相对分辨率

FSMP 可比电荷积分法**提升 12% 的能量分辨率**

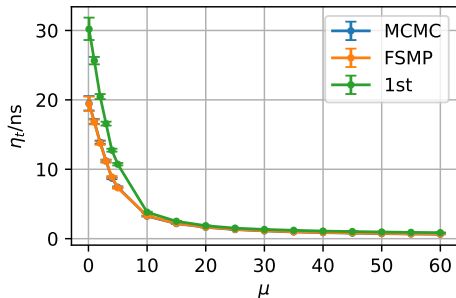
μ 的偏差、 μ 较大时分辨率与电荷法不趋同仍需进一步研究。

算法效果对比： t_0 重建结果

时间分辨率提升与非 MCP 情况类似，**时间分辨率提升达到 37%**



多高斯电荷谱场景下 t_0 偏差



多高斯电荷谱场景下 t_0 绝对分辨率

总结与展望

- 从事例到波形的完整统计建模 $p(w_j, N, t_i | \mu, t_0)$
- 利用 RJMCMC、多元高斯模型进行采样，推断 $\mu, t_0, \{t_i\}$: FSMP
- GPU 加速运算
- 可拓展至非高斯电荷模型，适配高收集效率 MCP-PMT

针对即将在锦屏中微子实验 500t 探测器使用的 8 英寸 MCP-PMT，在 PE 数期望为 1 的情况下，FSMP 可比电荷积分法提升 **12% 的能量分辨率**、比第一击中时间法提升 **37% 的时间分辨率**

1. 快速 Cholesky 分解替代快速矩阵求逆：提升数值稳定性
2. 研究 MCP-FSMP 情形下的 μ 偏差和分辨率异常情况
3. 实现输入参数的迭代刻度 – 利用 FSMP 筛选单 PE、给出更准确的电荷，用于提升刻度质量
4. 进行输入参数的系统误差分析

参数	值
μ	0.1 ~ 60
t_0	100 ~ 200 ns
电子学噪声 σ_ϵ	0.213 (mV)
电荷均值 (增益) μ_q	80.0 (mV · ns)
电荷展宽 σ_q	26.9 (mV · ns)
波形长度	500 ns
采样率	1/ns
每个 μ 包含的波形数目	10000
高斯峰 1	64.6 %
高斯峰 2	23.2 %
高斯峰 3	7.64 %
高斯峰 4	4.53 %

- [1] Angel Abusleme et al. (JUNO Collaboration).
Sub-percent precision measurement of neutrino oscillation parameters with junos*.
Chinese Physics C, 46(12):123001, dec 2022.
- [2] S. et al. Abe.
Search for the majorana nature of neutrinos in the inverted mass ordering region with kamland-zen.
Phys. Rev. Lett., 130:051801, Jan 2023.

- [3] D.C. Xu, B.D. Xu, E.J. Bao, Y.Y. Wu, A.Q. Zhang, Y.Y. Wang, G.L. Zhang, Y. Xu, Z.Y. Guo, J.H. Pei, H.Y. Mao, J.S. Liu, Z. Wang, and S.M. Chen.
Towards the ultimate pmt waveform analysis for neutrino and dark matter experiments.
Journal of Instrumentation, 17(06):P06040, jun 2022.
- [4] Yuyi Wang, Aiqiang Zhang, Yiyang Wu, Benda Xu, Jiajie Chen, Zhe Wang, and Shaomin Chen.
The fast stochastic matching pursuit for neutrino and dark matter experiments, 2024.