

# 基于马尔科夫链蒙特卡洛方法的液闪点源事例重建

Bayesian probe for point-like events

徐闯

清华大学工程物理系近代物理研究所

May 10, 2024

# 液闪中点源重建的物理意义

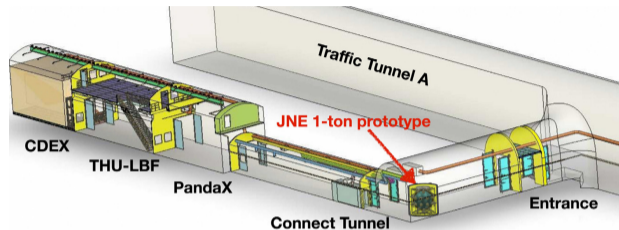


Fig 1: CJPL 一期 A 厅结构示意图<sup>1</sup>

- 中国锦屏地下实验室 (CJPL) 是世界上岩石覆盖最深的地下实验室, 以低本底著称
- 锦屏中微子实验 (JNE) 一吨原型机探测验证实验室辐射本底, 为 JNE 做液闪本底测量与优化、液闪调配、PMT 性能测试、探测器刻度等技术验证
- 快中子、 $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  等事例的寻找需要更精确的重建算法

<sup>1</sup>Yiyang Wu et al. "Performance of the 1-ton prototype neutrino detector at CJPL-I". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1054 (2023), p. 168400. ISSN: 0168-9002.

# 锦屏中微子实验一吨原型机<sup>2</sup>

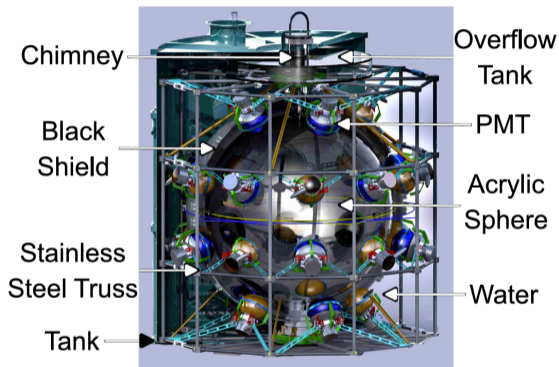


Fig 2: JNE 一吨原型机结构图

- 亚克力球内半径 0.645 m, 30 只 PMT (CR36501 和 R591210WA10)
- 慢液闪: 溶质为 0.07 g/L 的 PPO 和 13 mg/L 的 bisMSB, 溶剂为 LAB
- 采数时长: 2017 年 7 月 31 日-2023 年 9 月 2 日, 有效时间 1174.7 天

<sup>2</sup>赵林. “锦屏中微子实验预研的关键问题研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, 2021. URL: <http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/zhaolin.pdf>

# 点源的贝叶斯方法重建

- 重建的根本任务：由 PMT 观测到的波形，推断出事例的  $\{E, \vec{r}, t_0\}$  (记为  $\nu$ )

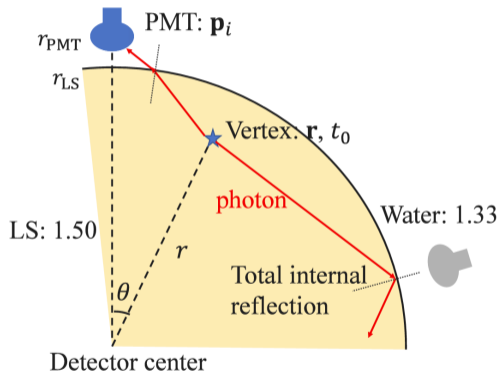


Fig 3: 液闪探测器工作示意图

# 点源的贝叶斯方法重建

- 重建的根本任务：由 PMT 观测到的波形，推断出事例的  $\{E, \vec{r}, t_0\}$  (记为  $\mathcal{V}$ )
- 受算力限制，引入 PMT 接收的 PEt 序列 ( $z$ )，将重建划分为两部分：
  - 通过波形分析 (FSMP)<sup>3</sup>，对  $z$  的后验分布进行基于马尔科夫链蒙特卡洛方法 (MCMC) 的采样
  - 由 FSMP 得到的  $z$  采样结果，根据探测器光学响应模型 (Probe)<sup>4</sup>再对  $z$  和  $\mathcal{V}$  进行轮换 MCMC 采样 (Gibbs 采样)
- 重建方法的优势：
  - 充分利用 PMT 的观测信息
  - $\{E, \vec{r}, t_0\}$  的联合重建
  - 可以用于多点源事例

<sup>3</sup>Yuyi Wang et al. *The Fast Stochastic Matching Pursuit for Neutrino and Dark Matter Experiments*. 2024. arXiv: 2403.03156 [hep-ex].

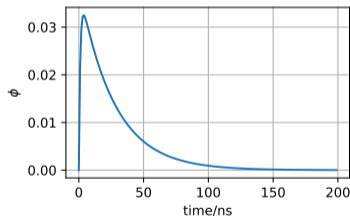
<sup>4</sup>Wei Dou et al. "Reconstruction of point events in liquid-scintillator detectors subjected to total internal reflection". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1057 (2023), p. 168692. ISSN: 0168-9002.

# 重建的似然函数<sup>5</sup>

## Likelihood

能量线性假设下, PMT  $j$  接收到的发光曲线为

$$R_j(t; \mathcal{V}) = E \lambda_j(\mathbf{r}) \phi_j(t - t_0; \mathbf{r})$$



- $\int \phi_j(t; \mathbf{r}) dt = 1$ ,  $\phi$  为归一化光变曲线
- $\lambda_j(\mathbf{r}) = \int R_j(t; \mathcal{V}) dt |_{E=1MeV}$

Fig 4: 固定某个  $\mathbf{r}$  的归一化光变曲线  $\phi$

<sup>5</sup> 窦威. “基于精确点源响应的液体闪烁体探测器事例重建研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, Dec. 2022. URL: [http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei\\_thesis.pdf](http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei_thesis.pdf).

# 重建的似然函数<sup>6</sup>

## Likelihood

能量线性假设下, PMT  $j$  接收到的发光曲线为

$$R_j(t; \mathcal{V}) = E\lambda_j(\mathbf{r})\phi_j(t - t_0; \mathbf{r})$$

给定 PE 序列真值  $\{z_j\}$  的似然函数为

$$\mathcal{L}(\mathcal{V}|\{z_j\}) = \prod_j p(z_j|\mathcal{V}) = \prod_j \prod_{k=1}^{n_j} \phi_j(t_{jk} - t_0; \mathbf{r}) \cdot e^{-E\lambda_j} \frac{(E\lambda_j)^{n_j}}{n_j!}$$

- $t_{jk}$  是  $z_j = (t_{j1}, t_{j2}, \dots)$  的分量,  $n_j = \|z_j\|_0$  是  $z_j$  的长度
- $\int \phi_j(t; \mathbf{r}) dt = 1$ ,  $\phi$  为归一化光变曲线
- $\lambda_j(\mathbf{r}) = \int R_j(t; \mathcal{V}) dt|_{E=1MeV}$

<sup>6</sup> 窦威. “基于精确点源响应的液体闪烁体探测器事例重建研究”. zh. PhD thesis. 清华大学, Dec. 2022. URL: [http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei\\_thesis.pdf](http://hep.tsinghua.edu.cn/thesis/douwei_thesis.pdf).

# 对 $z_j$ 的 MCMC 采样

- $z$  主要受波形制约，把所有  $\{z\}$  看成一个组统一行动 (Gibbs grouping)<sup>7</sup>，在  $\{z\}$  组内，只随机对一个通道  $j$  的  $z_j$  进行晃动 (Random-scan Gibbs)<sup>7</sup>

## $z_j$ 采样的接收概率

对于随机选择的通道  $j$  上  $z_j$  变换到  $z'_j$ ，接收概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(z'_j|\mathcal{V})q_j(z_j)}{p(z_j|\mathcal{V})q_j(z'_j)} \right\}$$

- $q_j(z_j)$  是在 FSMP 对  $z$  采样时的预设先验分布
- $z_j \rightarrow z'_j$  采用  $z'_j$  频次加权的随机抽取 (Metropolized independence sampler)<sup>7</sup>

<sup>7</sup>Jun S. Liu. *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*. New York, NY: Springer, Feb. 2009. ISBN: 978-0-387-76369-9. 



# 对 $\mathcal{V}$ 的 MCMC 采样

- $\mathcal{V} = \{E, \vec{r}, t_0\}$  为一组, 对  $\vec{r}$  采样后, 用 MLE 的方式解析计算出  $\{E, t_0\}$

## $\mathcal{V}$ 采样的接收概率

取  $\vec{r}$  的三个分量为  $\{\rho, \theta, \phi\}$ , 对  $\mathcal{V}$  的具体变换形式如下

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\rho = u_\rho \times \frac{\rho_{\max}}{E_{\text{clip}}} \\ \Delta \cos \theta = 2u_\theta - 1 \\ \Delta\phi = 2u_\phi \times \pi \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{r}' = \vec{r} + \{\Delta\rho, \Delta\theta, \Delta\phi\} \\ E' = \frac{\sum_j n_j}{\sum_j \lambda_j(\mathbf{r}')} E_0 \\ t'_0 = \min_t \sum_j \sum_{k=1}^{n_j} \phi_j(t_{jk} - t; \mathbf{r}') \end{array} \right.$$

# 对 $\mathcal{V}$ 的 MCMC 采样

- $\mathcal{V} = \{E, \vec{r}, t_0\}$  为一组, 对  $\vec{r}$  采样后, 用 MLE 的方式解析计算出  $\{E, t_0\}$

## $\mathcal{V}$ 采样的接收概率

取  $\vec{r}$  的三个分量为  $\{\rho, \theta, \phi\}$ , 对  $\mathcal{V}$  的具体变换形式如下

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\rho = u_\rho \times \frac{\rho_{\max}}{E_{\text{clip}}} \\ \Delta \cos \theta = 2u_\theta - 1 \\ \Delta\phi = 2u_\phi \times \pi \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{r}' = \vec{r} + \{\Delta\rho, \Delta\theta, \Delta\phi\} \\ E' = \frac{\sum_j n_j}{\sum_j \lambda_j(\mathbf{r}')} E_0 \\ t'_0 = \min_t \sum_j \sum_{k=1}^{n_j} \phi_j(t_{jk} - t; \mathbf{r}') \end{array} \right.$$

对于  $\mathcal{V}$  变换到  $\mathcal{V}'$ , 接收概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(\mathcal{V}'|z)}{p(\mathcal{V}|z)} \right\}$$

# 对模拟数据的能量重建效果

- 模拟数据来自 Jinping Simulation and Analysis Package (JSAP, 基于 GEANT4)
- 共 21006 个球内位置均匀的 2 MeV 电子事例
- 能量分辨 9.1%@2 MeV

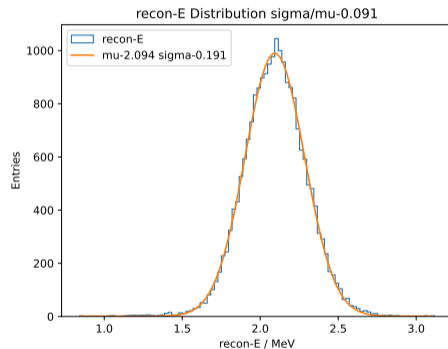


Fig 5: 重建能量分布

# 对模拟数据的位置重建效果

- x, y 方向位置分辨 4.5 cm, z 方向位置分辨 4.7 cm

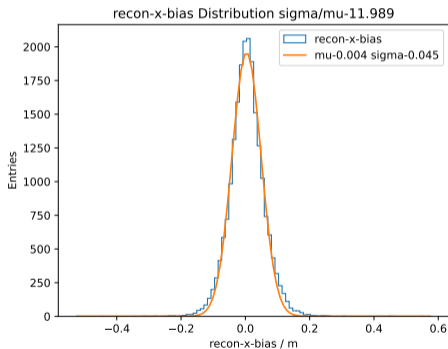


Fig 6: 重建位置偏差-x 分布

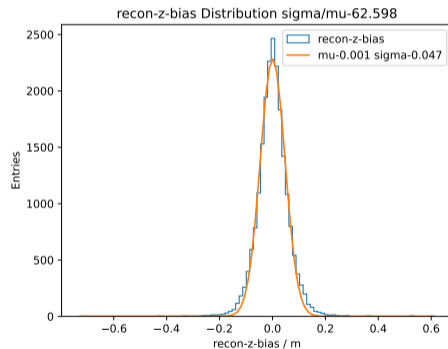


Fig 7: 重建位置偏差-z 分布

# 简并状况的改善

- 简并状况<sup>8</sup>：由于 PMT 覆盖率低和全反射的影响，原型机重建存在明显的系统误差
- 相比电荷重心法 (BC)，MCMC 重建使简并状况得到了显著改善

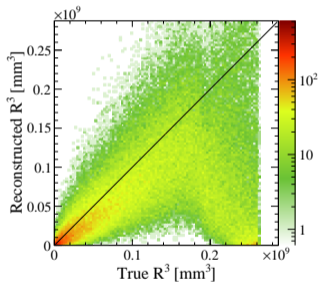


Fig 8: BC 重建的  $R^3$  分布

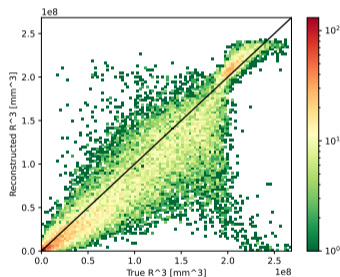


Fig 9: MCMC 重建的  $R^3$  分布

<sup>8</sup>Yiyang Wu et al. "Performance of the 1-ton prototype neutrino detector at CJPL-I". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1054 (2023), p. 168400. ISSN: 0168-9002.

# $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$ 数据集检验

- 原型机更换液闪时有外界氦气混入，且有氦气泄露情况，早期  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  信号显著
- 按照电荷重心法 (BC) 的重建结果筛选一个  $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  数据集 (33690 个事例)
- 筛选规则<sup>9</sup>:  $T_{\text{pd}} \in [1, 400]\mu\text{s}$ ,  $E_{\text{p}} \in [0.5, 3.5]\text{MeV}$ ,  $E_{\text{d}} \in [0.4, 1.2]\text{MeV}$ ,  $D_{\text{pd}} \in [0, 400]\text{mm}$

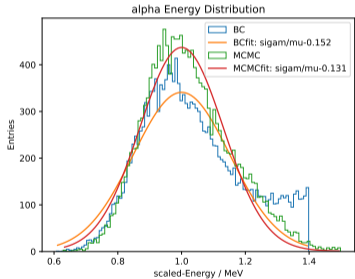


Fig 10: Scaled alpha energy: MCMC vs BC

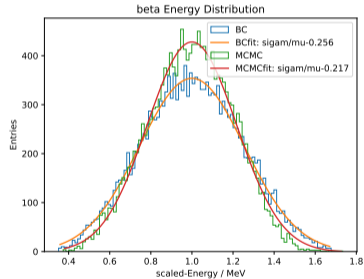


Fig 11: Scaled beta energy: MCMC vs BC

<sup>9</sup>Yiyang Wu et al. "Performance of the 1-ton prototype neutrino detector at CJPL-I". In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 1054 (2023), p. 168400. ISSN: 0168-9002.

- 基于 MCMC 方法对  $\{E, \vec{r}, t_0\}$  进行联合重建
  - 模拟数据: 能量分辨约 9%@2 MeV; 位置分辨约 5 cm@2 MeV, 简并状况得到改善
  - $^{214}\text{Bi}$ - $^{214}\text{Po}$  数据能量分辨: 15.2 %(BC)  $\rightarrow$  13.1 %(MCMC)@0.85 MeV
- 后续计划
  - 增加对量子效率、暗噪声等考虑
  - 多点源事例的重建
  - 应用于快中子和  $^{212}\text{Bi}$ - $^{212}\text{Po}$  的事例寻找

感谢倾听！