

中微子探测器的光学响应模型 probe

郝传晖

清华大学

haoch23@mails.tsinghua.edu.cn

2024.05.10

- 1 当代中微子实验简介
- 2 中微子探测器的光学
- 3 点源响应模型——点源 probe
- 4 光线响应模型——光线 probe
- 5 probe 总结

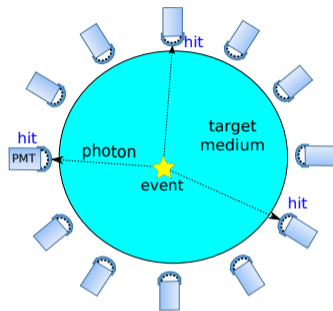
- 1 当代中微子实验简介
- 2 中微子探测器的光学
- 3 点源响应模型——点源 probe
- 4 光线响应模型——光线 probe
- 5 probe 总结

中微子及中微子探测器

中微子物理开放问题：质量序、CP 破坏相角……

几种中微子探测器

- 纯水切伦科夫探测器 - 日本超级神冈实验 (SuperK)
- 海基、冰基切伦科夫探测器 - 地中海底实验 (KM3NeT), 南极冰立方实验 (IceCube)
- 液闪探测器 - 江门中微子实验 (JUNO)



探测器的共同点？

探测过程都依赖于光子（切伦科夫光子、闪烁光子），因而事例重建都依赖于对光学的研究。

1 当代中微子实验简介

2 中微子探测器的光学

3 点源响应模型——点源 probe

4 光线响应模型——光线 probe

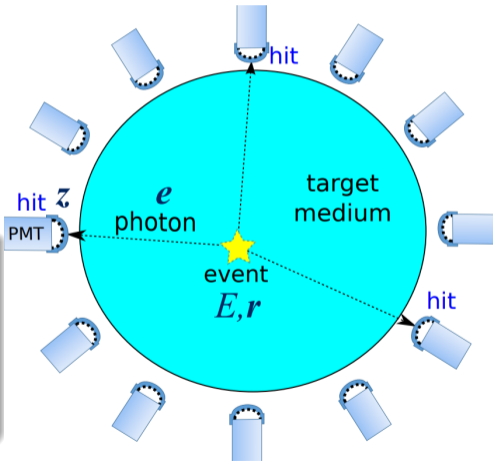
5 probe 总结

光学与事例重建



- \vec{e} : 初始光线
- \vec{z} : PE 时间序列
- E : 事例能量
- \vec{r} : 事例位置

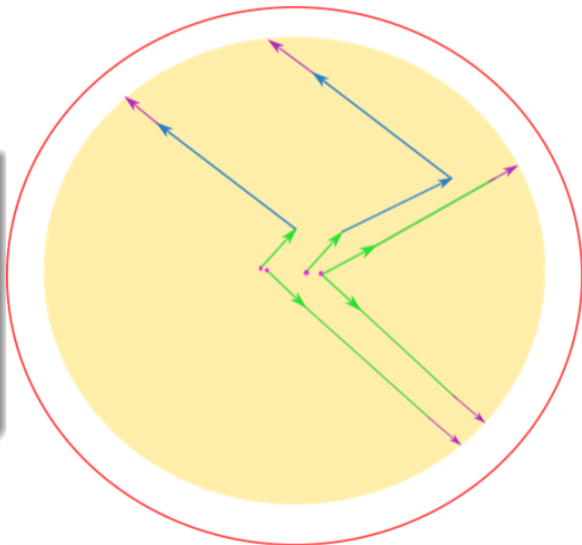
- 事例重建: $P(E, \vec{r} | \vec{z})$.
- $P(\vec{z} | E, \vec{r}) = \sum_{\vec{e}} P(\vec{z} | \vec{e}) P(\vec{e} | E, \vec{r})$.
- 光学过程: $P(\vec{z} | \vec{e})$
- 中微子探测器光学的核心问题: 探测器对于光源或初始光线的响应



具体光学问题（以液闪探测器 JUNO 为例）

光学的复杂性

- 液闪发出光子后，光子往往不会沿直线传播。
- 液闪内部会发生：散射、吸收重发射。
- 介质界面处会发生：（全）反射、折射。
- 光子打在 PMT 上，也不一定进入 PMT，还可能被 PMT 反射回来。



目前光学的局限性及研究光学的重要意义

- 由于光学的复杂性，目前我们用于重建的光学模型往往包含大量近似，比较粗糙。
 - JUNO：重建在计算光子飞行时间时，对光子到 PMT 的直线距离考虑较多，没有细致描述散射、反射、折射等过程
 - SuperK：没有完整考虑光子被 PMT 反射回来
 - IceCube：空间尺度太大，多次散射事例很多，过程过于复杂，没有精确计算

目前光学的局限性及研究光学的重要意义

- 由于光学的复杂性，目前我们用于重建的光学模型往往包含大量近似，比较粗糙。
 - JUNO：重建在计算光子飞行时间时，对光子到 PMT 的直线距离考虑较多，没有细致描述散射、反射、折射等过程
 - SuperK：没有完整考虑光子被 PMT 反射回来
 - IceCube：空间尺度太大，多次散射事例很多，过程过于复杂，没有精确计算

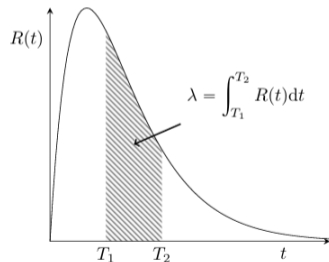
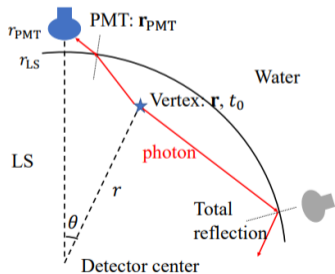
改进研究方法 ➡ 更精确的光学模型 ➡ 更好的重建分辨率 ➡ 新的物理目标

- 1 当代中微子实验简介
- 2 中微子探测器的光学
- 3 点源响应模型——点源 probe**
- 4 光线响应模型——光线 probe
- 5 probe 总结

点源 probe 的定义

给定顶点 $\{E, \mathbf{r}, t_0\}$, 在第 j 个 PMT 上接收到的期望 PE 数服从一个非齐次泊松过程, 是一个含时的高维函数。

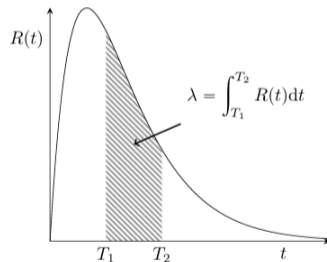
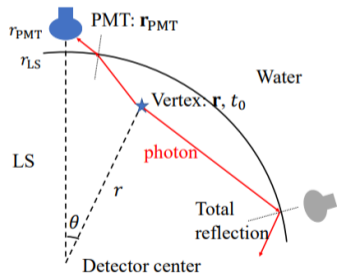
- 含时 probe 函数: $R_j(t; E, \mathbf{r}, t_0)$
- 边缘分布: $\lambda_j = \int R_j(t; E, \mathbf{r}, t_0) dt$.



球对称性和能量线性

$$R_j(t; E, \mathbf{r}, t_0) = R_j(t; E, r, \theta, t_0) = ER_j(t; r, \theta, t_0)$$

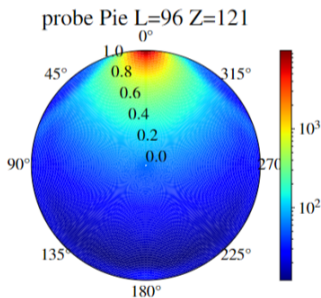
$$\lambda_j = \int R_j(t; E, \mathbf{r}, t_0) dt = E\lambda_j(r, \theta)$$



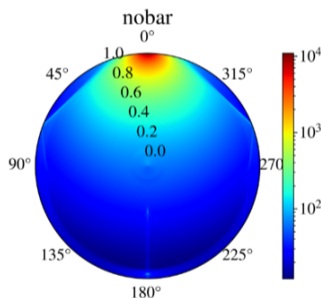
球对称点源模型

考虑每一个顶点-PMT 对在全部时间下的期望 PE 数: $\lambda_j(r, \theta)$

- 多项式拟合
- MC 模拟



(a) Polynomial fitting probe.



(b) MC probe.

竇威. 基于精确点源响应的液体闪烁体探测器事例重建研究 [D]. 北京: 清华大学工程物理系, 2022.

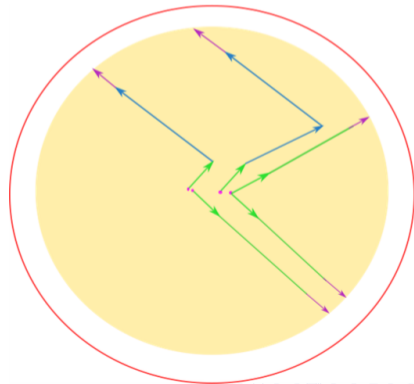
- 1 当代中微子实验简介
- 2 中微子探测器的光学
- 3 点源响应模型——点源 probe
- 4 光线响应模型——光线 probe**
- 5 probe 总结

光线 probe 的定义

- 定义：探测器对于初始光线的响应
- 方法：用直线段来描述光子的传播过程，并采用光线追踪方法研究传播过程中的具体细节
- 函数： $P(t|\vec{e}) = \sum_{\vec{b}} P(t|\vec{b})P(\vec{b}|\vec{e})$
- $\int P(t|\vec{e})d\Omega_{\vec{e}} = R_j(t; r, \theta, t_0)$
- 优点：方便研究光学过程的具体细节，利用更多的物理解来减少算力消耗。

- \vec{e} : 初始光线
- \vec{e}' : 经过散射（或吸收重发射）后的光线

- t : PE 时间
- \vec{b} : 入射光线



- 物理过程：散射 和吸收
- 问题关键：求解各向异性散射介质中的 radiative transfer equation(RTE)
- 方法：用 Green 函数方法得到无穷级数解

$$P(\vec{b}|\vec{e}) = P_0(\vec{b}|\vec{e}) + \int P(\vec{b}|\vec{e}')P(\vec{e}'|\vec{e})d\vec{e}' = P_0(\vec{b}|\vec{e}) + \hat{F}P(\vec{b}|\vec{e})$$

$$P_0 = [\hat{I} - \hat{F}]P$$

$$P = [\hat{I} - \hat{F}]^{-1}P_0 = [\hat{I} + \hat{F} + \hat{F}^2 + \dots]P_0$$

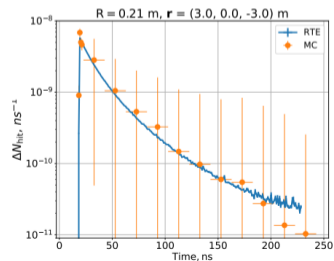
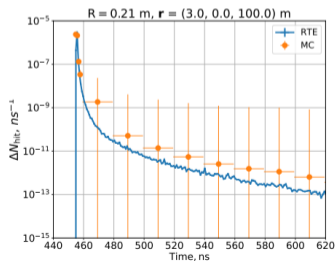
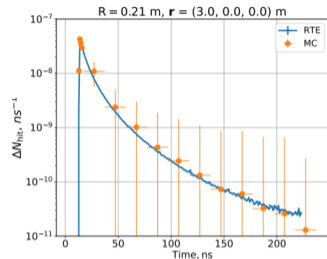
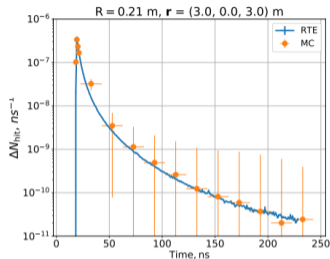
- Vladimir 和 Dmitry 已经解决了这个问题。他们得到了零阶和一阶的解析解，对于更高阶的也有高效的数值解法。

arXiv:2401.15698v1 [hep-ph] 28 Jan 2024

RTE 的求解结果

RTE vs. MC

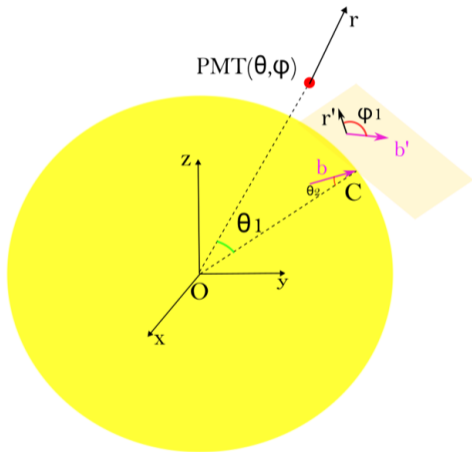
- 光源位置: $(0, 0, 0)$; 单向光源, 朝向: $(0, 0, 1)$
- RTE 求解考虑到四阶
- RTE 求解比 MC 模拟快 4-6 个数量级!



$$P(t|\vec{b})$$

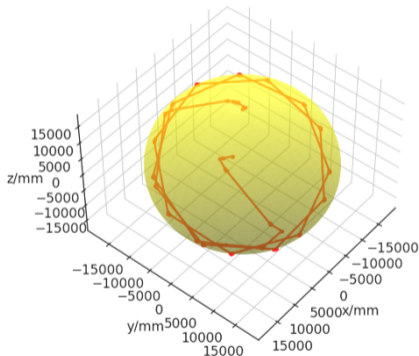
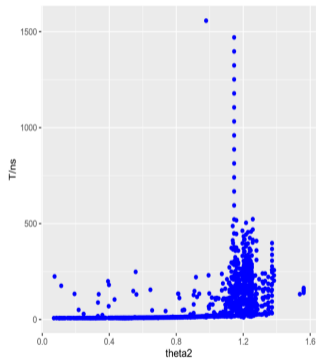
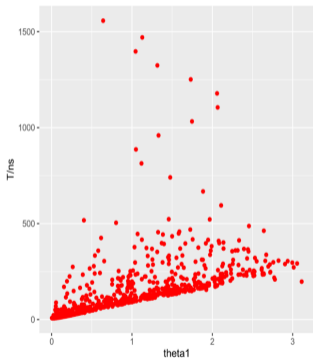
- 主要物理过程：（全）反射和折射
- 入射光线
 1. 终点必须位于介质界面处；
 2. 起点必须位于液闪球中。
- 考虑到探测器及其 PMT 分布的球对称性，入射光线只有三个自由度
- 对于 PE 时间，考虑相对 PE 时间 T

$$P(t|\vec{b}) \rightarrow P(T|\theta_1, \theta_2, \phi_1)$$



周期性结构

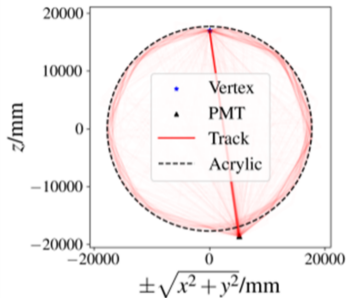
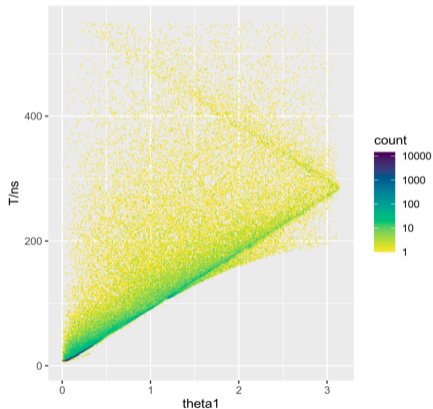
- θ_1 : 中心角, θ_2 : 入射角



- 周期性结构是由多次球内全反射导致的。

三线结构

- θ_1 : 中心角



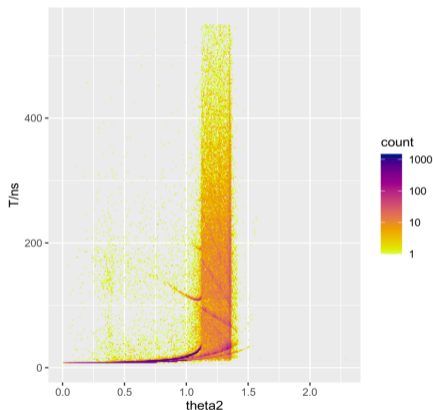
直入射：曲线

近端多次反射：下方直线

远端多次反射：上方直线

全反射带

- θ_2 : 入射角



$r = 17.5 \text{ m}$

total reflection

- $\theta_{\text{tot}} = \arcsin \frac{n_w}{n_l} = 1.12$
- $R_{\text{tot}} = \frac{n_w R}{n_l} = 16.01 \text{ m}$
- $R = 17.82 \text{ m}$

这里 n_w 和 n_l 是水和液闪的折射率。 R 是液闪球的半径。

- 下限

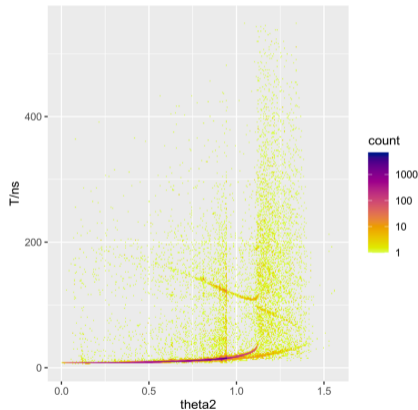
$$\theta_{\text{min}} = \theta_{\text{tot}} = 1.12$$

- 上限

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin \frac{r}{R} = 1.38$$

入射角带隙

- θ_2 : 入射角



$r = 14.5 \text{ m}$

total reflection

- $\theta_{\text{tot}} = \arcsin \frac{n_w}{n_l} = 1.12$
- $R_{\text{tot}} = \frac{n_w R}{n_l} = 16.01 \text{ m}$
- $R = 17.82 \text{ m}$

这里 n_w 和 n_l 是水和液闪的折射率。 R 是液闪球的半径。

- 上限

$$\theta_{\text{max}} = \theta_{\text{tot}} = 1.12$$

- 下限

$$\theta_{\text{min}} = \arcsin \frac{r}{R} = 0.95$$

直方图统计结果

T	θ_1	θ_2	ϕ_1	Freq
0 ~ 10	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0.9960
10 ~ 20	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0.0040
20 ~ 30	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0
30 ~ 40	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0
40 ~ 50	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	0
...
0 ~ 10	0.157 ~ 0.314	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	NA
10 ~ 20	0.157 ~ 0.314	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	NA
20 ~ 30	0.157 ~ 0.314	0 ~ 0.157	0 ~ 0.157	NA
...

Condition 1

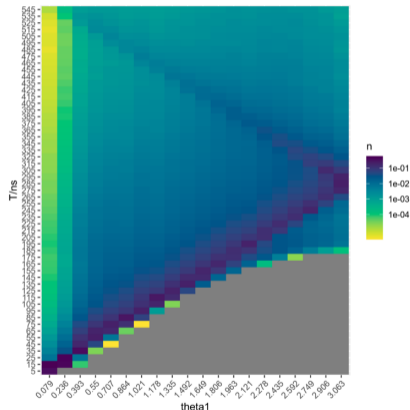
Condition 2

$$P(t|\vec{b}) = P(T|\theta_1, \theta_2, \phi_1)$$

$$T : [0, 550, \text{step} = 10] \quad \theta_1 : [0, \pi, \text{step} = \frac{\pi}{20}]$$

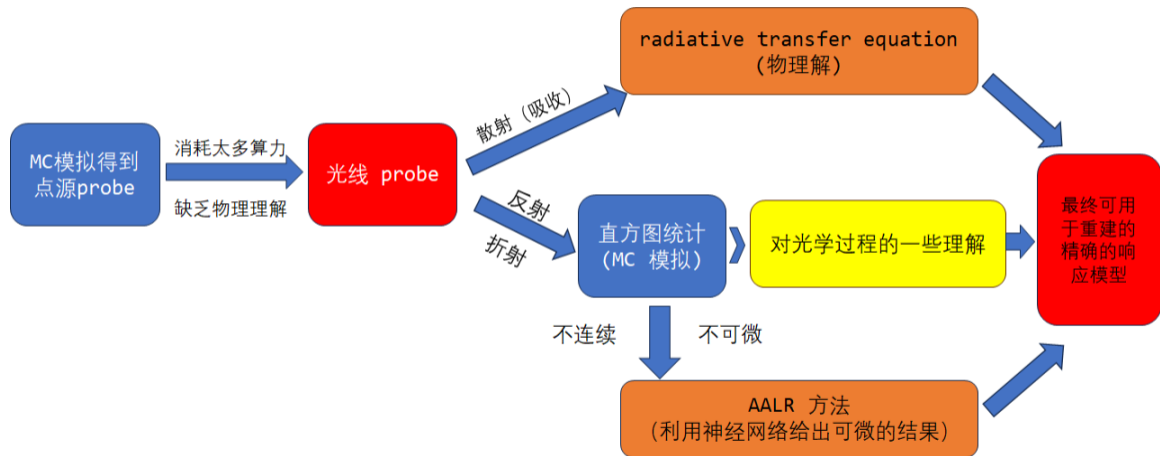
$$\theta_2 : [0, \pi/2, \text{step} = \frac{\pi}{20}] \quad \phi_1 : [0, \pi, \text{step} = \frac{\pi}{20}]$$

- θ_1 : 中心角, θ_2 : 入射角



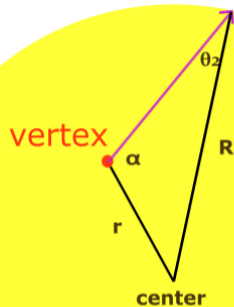
- 1 当代中微子实验简介
- 2 中微子探测器的光学
- 3 点源响应模型——点源 probe
- 4 光线响应模型——光线 probe
- 5 probe 总结

总结



感谢倾听!

Backup - 关于入射角最大值



$$\frac{\sin \theta_2}{r} = \frac{\sin \alpha}{R}$$

Backup - Basic principles of AALR method

- Comparing two hypothesis parameter θ_0 and θ_{ref} , the likelihood ratio for the observable x (generated by θ_0 and θ_{ref}) can be expressed as $d \in [0, 1]$.
- The observation can be used to train a classifier $d(x)$ to distinguish between samples
 - $x \sim p(x|\theta_0)$ (class label $y = 1$) , x is from θ_0 .
 - $x \sim p(x|\theta_{ref})$ (class label $y = 0$) , x is from θ_{ref} .

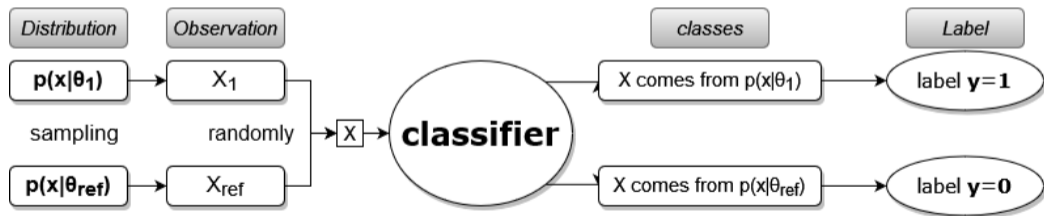


Fig 1: Diagram of the classification task

Backup - Basic principles of AALR method

- The optimal(best) classifier $d^*(x)$ is the probability $P(y = 1|x)$:

$$d(x) \rightarrow d^*(x) = P(y = 1|x) = \frac{p(x|\theta_0)}{p(x|\theta_0) + p(x|\theta_{ref})}$$

$$r(x|\theta_0, \theta_{ref}) = \frac{d(x)}{1 - d(x)} \rightarrow \frac{d^*(x)}{1 - d^*(x)} = \frac{p(x|\theta_0)}{p(x|\theta_{ref})}$$

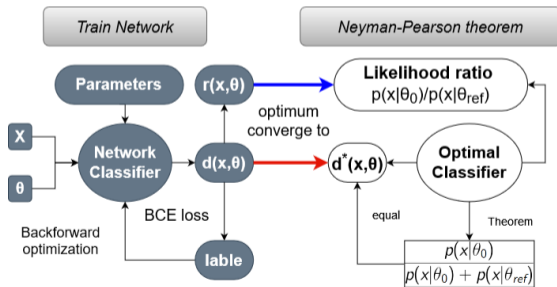


Fig 2: Optimal process of AALR

Backup - AALR method to train λ (Poisson process) for probe

- Probe problem

Probe function: $R(t; r, \theta, t_0)$. Expected PE counts: $\lambda(r, \theta) = \int R(t; r, \theta, t_0) dt$.

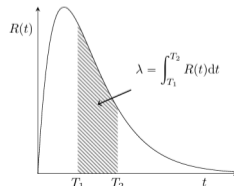
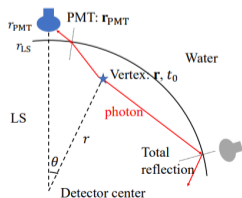
- Train method

- The reference parameter $\lambda_{ref}(r, \theta) = 1.0$.

- The neural network arrival rate $\lambda_{neuro}(r, \theta)$, the ground truth $\lambda_{true}(r, \theta)$.

$$d(x) = \frac{Poi(X|\lambda_{neuro})}{Poi(X|\lambda_{neuro}) + Poi(X|\lambda_{ref})} \rightarrow d^*(x) = \frac{Poi(X|\lambda_{true})}{Poi(X|\lambda_{true}) + Poi(X|\lambda_{ref})}$$

-At this point, we can assert that $\lambda_{neuro}(r, \theta) \rightarrow \lambda_{true}(r, \theta)$



Backup - AALR method to train λ (Poisson process) for probe

- Transforming Only non-analytical expressible parameters into the neural network.
- Other components are computed analytically using the physical model.
- Result parameters have clear physical meanings.

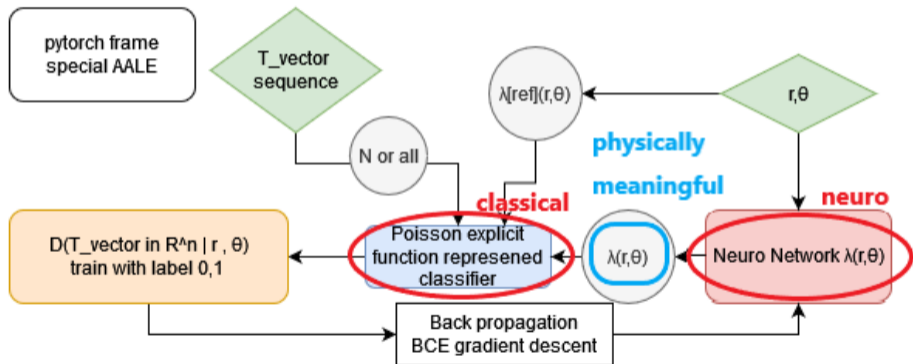


Fig 3: AALR for probe

Backup - AALR for TAO

We first approximate $\lambda_{true}(r, \theta)$ using the theoretical formula:

$$\lambda_{theoretical}(r, \theta) = \frac{\lambda_0 \cos \beta(r, \theta)}{r^2 + r_{SiPM}^2 - 2rr_{SiPM} \cos \theta} \cdot \exp(-l/l_0)$$

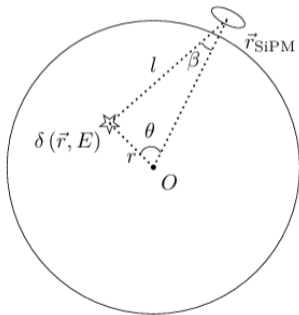


Fig 4: Spherical model of TAO

$$\lambda_{neuro}(r, \theta) = \lambda_{theoretical}(r, \theta) = \frac{\lambda_0 \cos \beta(r, \theta)}{r^2 + r_{SiPM}^2 - 2rr_{SiPM} \cos \theta} \cdot \exp(-l/l_0)$$

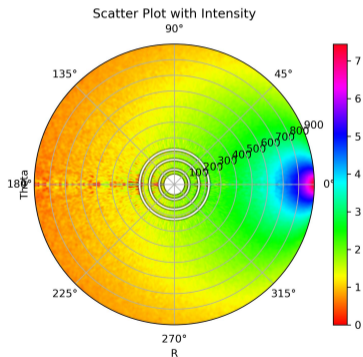


Fig 5: Polar plot $\ln(\lambda_{true}(r, \theta) + 0.1)$

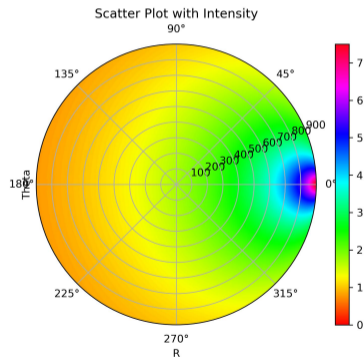


Fig 6: Polar plot $\ln(\lambda_{theoretical}(r, \theta) + 0.1)$

Backup - AALR for TAO

We measure the error by the difference between 1 and the ratio of true values and resulting values.

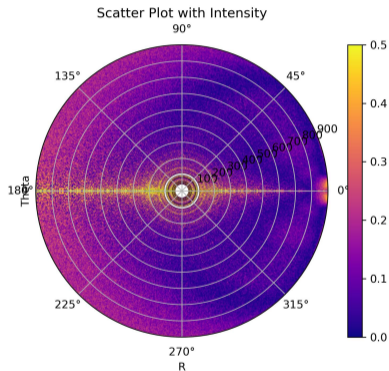


Fig 7: Polar plot of error $abs(\frac{\lambda_{neuro}}{\lambda_{true}} - 1)$