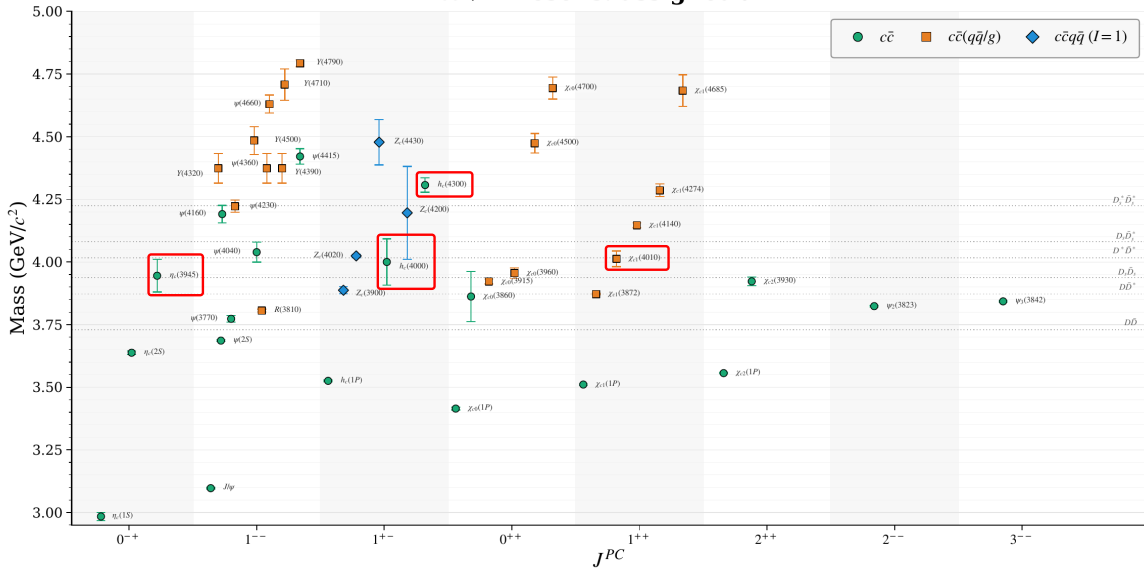


LHCb $B^+ \rightarrow D^{*\pm} D^\mp K^+$ 振幅分析 与 $\chi_{c1}(4010)$

Physical Review Letters 133, 131902 (2024)

Observation of New Charmonium or Charmoniumlike States
in $B^+ \rightarrow D^{*\pm} D^\mp K^+$ Decays

$c\bar{c} + X$ mesons: assigned J^{PC}



Marco Scodeggio for the Quarkonium Working Group (QWG) - Updated on 01/07/2026

这篇文章要解决什么问题？

同一个中性共振，两个 $D^{*\pm}D^\mp$ 衰变排列

$$B^+ \rightarrow RK^+, \quad R \rightarrow D^{*-}D^+ \quad \text{或} \quad D^{*+}D^-.$$

物理问题

这项分析提供的信息

有哪些共振态？

质量分布与角信息，分解多个重叠振幅。

对于 1^+ ， $C = \pm 1$ ？

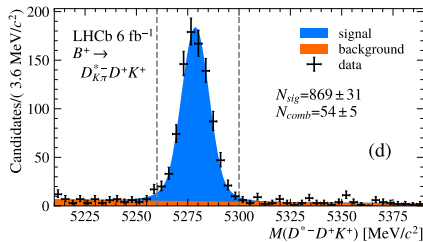
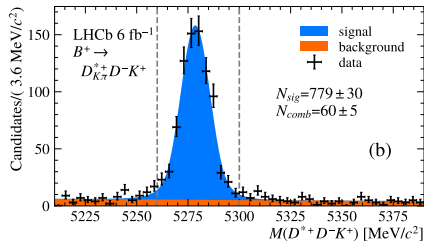
同时关联 $D^{*\pm}D^\mp$ ，利用振幅的干涉。

4010 有何意义？

为较高 1^{++} 结构提供实验依据，检验它与 $X(3872)$ 的共同动力学。

数据与重建：约 3400 个信号事例

pp : $\sqrt{s} = 7, 8, 13$ TeV, Run 1 + Run 2 共 9 fb^{-1} 。



原图仅为 Run 2、 $D^0 \rightarrow K\pi$ 子样本的 B 质量拟合；图内 6 fb^{-1} 和产额均不代表总样本。

总信号： $D^{*+} D^- K^+$, **1636 ± 43** 。

总信号： $D^{*-} D^+ K^+$, **1772 ± 44** 。

信号窗 $5260 < m(B) < 5300$ MeV, 两道本底均约 5%；振幅分析联合拟合四个子样本。

$D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$;

$D^0 \rightarrow K\pi/K3\pi$, $D^\pm \rightarrow K\pi\pi$ 。

振幅模型：质量、角分布

四个运动学变量

$$m^2(D^*D), \quad m^2(DK), \quad \phi_2, \quad \cos \theta_2.$$

ϕ_2 : 两个衰变面的夹角;

θ_2 : D^* 的 helicity angle.

相干叠加

D^*D 共振、 DK 与 D^*K 衰变链，以及非共振振幅。

效率由模拟及数据修正；本底比例来自 B 质量拟合，本底形状由边带约束。

$J^P = 1^+$ 同时包含 S、D 波

$$f_{R,L}(m) = \frac{\gamma_L}{m_0^2 - m^2 - im_0\Gamma(m)}$$

$$\Gamma(m) = \gamma_S^2 \Gamma_S(m) + \gamma_D^2 \Gamma_D(m), \quad \gamma_S^2 + \gamma_D^2 = 1.$$

近阈值有效项的限度

Baseline 以 $X(3872)$ 尾部线型描述 $\text{EFF}_{1^{++}}$ ；另一种非共振参数化可给出相近拟合质量。

该项用于描述阈值区域，不能视为测到了 $X(3872) \rightarrow D^{*\pm} D^\mp$ 的真实离壳衰变。

联合振幅拟合：似然函数与 C 宇称关联

每个子样本的对数似然

$$\ln L = \sum_i \ln \left[(1 - f_{\text{bg}}) \frac{|\mathcal{A}(x_i)|^2}{\int |\mathcal{A}(x)|^2 \epsilon(x) d\Phi(x)} + f_{\text{bg}} \frac{B(x_i)}{\epsilon(x_i)} \right]. \quad (1)$$

f_{bg} : 质量拟合给出的本底比例; $B(x)$: 边带本底 PDF; $\epsilon(x)$: 效率。四个子样本联合拟合。

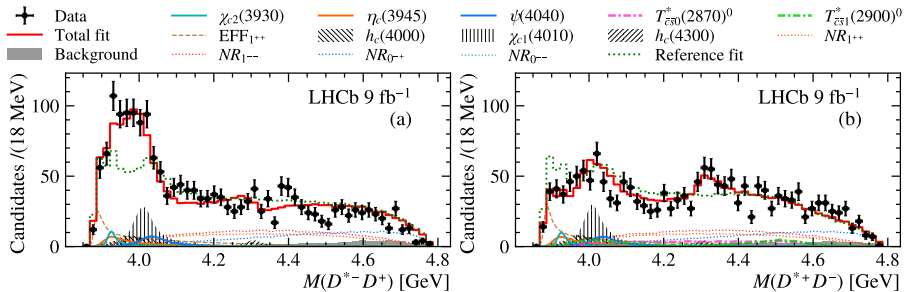
两种 $D^{*\pm}D^\mp$ 的相干振幅 (含共振与非共振)

$$\mathcal{A}(x) = \frac{1+d}{2} \left\{ \sum_{j \in R(D^{*\pm}D^\mp)} c_j A_j(x) + \sum_{k \in R(D^{*-}K^+, D^+K^+)} c_k A_k(x) \right\} \\ + \frac{1-d}{2} \left\{ \sum_{j \in R(D^{*\pm}D^\mp)} C_j \times c_j A_j(x) + \sum_{l \in R(D^{*+}K^+, D^-K^+)} c_l A_l(x) \right\}. \quad (2)$$

$d = +1$: $B^+ \rightarrow D^{*-}D^+K^+$; $d = -1$: $B^+ \rightarrow D^{*+}D^-K^+$ 。

$c_{j,k,l}$ 为复系数; $C_j = \pm 1$ 关联两道的 D^*D 分量; $D^{(*)}K$ 项不施加这一约束。

最直观的现象： $D^{*\pm}D^\mp$ 的谱明显不同



原图 Fig. 1(a,b): 左 $D^{*+}D^-$, 右 $D^{*0}D^0$ 。黑点为数据、红线为总拟合; 各彩色分量为相干模型中的单项投影。

相近的质量区间可以有不同的可见峰形; 必须连同干涉一起分析。

总曲线包含干涉; DK 、 D^*K 贡献的反射也参与拟合。

关键方法： $C = \pm 1$ 振幅的干涉项

C 守恒约束 R 的强衰变

$$A_1 = A_{C+} + A_{C-},$$

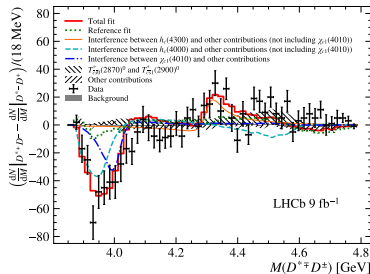
$$A_2 = A_{C+} - A_{C-},$$

$$|A_2|^2 - |A_1|^2 = -4 \operatorname{Re}(A_{C+} A_{C-}^*).$$

单个 R 到两排列的率相等；多个态的干涉可以不同。

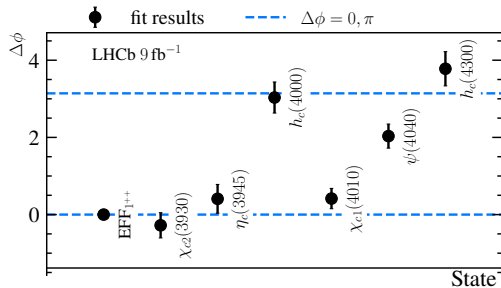
1^{++} 与 1^{+-} 有相同 J^P ，单靠相同部分波的角分布不能区分二者。

A_1 : $D^{*-}D^+$; A_2 : $D^{*+}D^-$; 图中为 $|A_2|^2 - |A_1|^2$ 的对应差谱。实际还含其他衰变链反射等贡献；已知态帮助固定绝对 C 。



原图 Fig. 3。黑点：数据；红线：总拟合；蓝线：4010 与其余振幅的干涉。

自由相位检验：数据是否支持 $C = \pm 1$?



原图 Fig. 2。将 C_j 放松为 $e^{i\Delta\phi_j}$ ；误差棒仅含统计。近阈值 EFF_{1++} 为相位参考。

预期相对相位

$$\Delta\phi_j = \begin{cases} 0, & C_j = +1, \\ \pi, & C_j = -1. \end{cases}$$

数据整体支持所赋 C 标签。

最大偏离来自 $\psi(4040)$ ，与预期 π 相距 2.7σ 。

这是一项基于联合振幅模型的相位检验；它补充自旋、宇称的角信息。

“1+” 来自自旋与宇称假设；“ $C = +$ ” 还需要两道之间的相位关联。

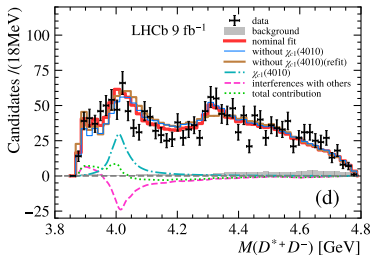
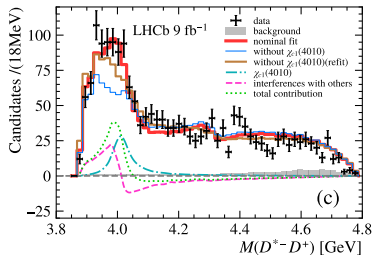
结果概览：四个共振态，至少三个此前未观测的态

态	J^{PC}	m_0 (MeV)	Γ_0 (MeV)	统计显著性
$\eta_c(3945)$	0^{-+}	3945^{+28+37}_{-17-28}	$130^{+92+101}_{-49-70}$	10σ
$h_c(4000)$	1^{+-}	4000^{+17+29}_{-14-22}	184^{+71+97}_{-45-61}	9.1σ
$\chi_{c1}(4010)$	1^{++}	$4012.5^{+3.6+4.1}_{-3.9-3.7}$	$62.7^{+7.0+6.4}_{-6.4-6.6}$	16σ
$h_c(4300)$	1^{+-}	$4307.3^{+6.4+3.3}_{-6.6-4.1}$	58^{+28+28}_{-16-25}	6.4σ

$\eta_c(3945)$ 可能与既有 $X(3940)$ 相容。

替代 J^{PC} 假设被排斥的统计显著性均 $> 5.7\sigma$ ，与上表分量存在显著性不同检验。

为什么需要 $\chi_{c1}(4010)$?



原图 Fig. 4(c,d). 红: Baseline; 蓝: 删除 4010、其余参数固定; 棕: 删除后重新拟合. 青: 自身平方; 品红: 干涉; 绿: 两者之和。

检验“其他振幅能否吸收它”

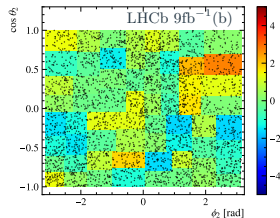
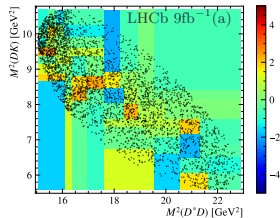
关注棕线与数据、Baseline 之间的差异。

论文报告该分量的统计显著性为 16σ ; 本图展示其作用, 显著性来自似然比较。

相消干涉可以遮住一个态

右图的 Peak 与干涉项抵消。

主要系统误差来自振幅模型



做过的检查

更换阈值线型、增加振幅、改变固定的质量宽度，并传播本底与效率不确定度。

仍有局部残差

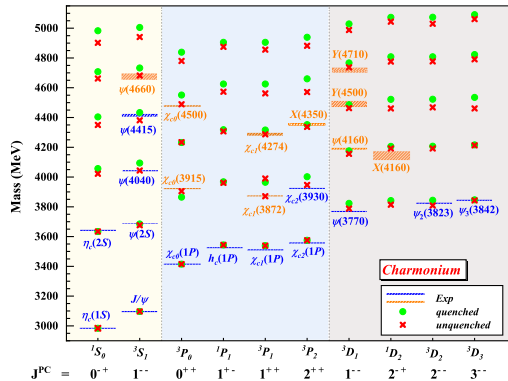
部分拟合优度检验在 $D^{*-}D^+K^+$ 样本超出 95% 区间。

尚未确立的附加结构

约 4462 MeV 的 1^{++} 项仅 3.7σ 统计；不纳入 Baseline 新态结论。

理论比较时还应区分：实验线型参数 (m_0, Γ_0) 与模型的复极点 $E_p = M_p - i\Gamma_p/2$ 。

理论预言：Unquenched 谱与物理态



原 Fig. 2: 保留完整图例与 J^{PC} 分类。

Quenched (绿)

Bare $c\bar{c}$ 势模型的能级。

Unquenched (红)

加入两介子道耦合后的质量结果。

物理态的展开

$$|\Psi\rangle = c_A|A\rangle$$

$$+ \sum_{BC} \int c_{BC}(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p} |BC, \mathbf{p}\rangle. \quad (7)$$

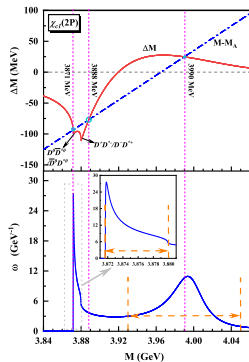
$|A\rangle$: Bare $c\bar{c}$ 态。

$|BC, \mathbf{p}\rangle$: 两介子连续谱 (如 $D\bar{D}^*$)。

$\mathbf{p}$: 两介子相对动量。

c_A, c_{BC} : 模型中的展开振幅。

理论预言：阈值窄态与约 3990 MeV 宽态



原图 Fig. 3: 上为质量移位方程，下为谱密度。两图中的结构属于该 Unquenched 模型。

Bare $\chi_{c1}(2P)$ 与 $D\bar{D}^*$ 的 S 波耦合

$$M = M_A + \Delta M(M), \quad M_A = 3965 \text{ MeV}.$$

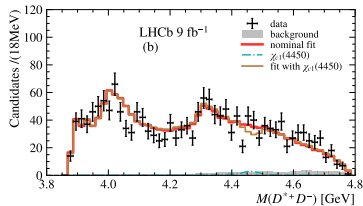
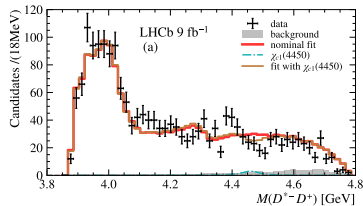
谱密度给出两个物理结构：

- 3871 MeV 附近的窄结构，与 $X(3872)$ 联系。
- 3990 MeV、 $\Gamma \simeq 60 \text{ MeV}$ 的较宽结构。

原文明确建议在 $D\bar{D}^*$ 末态寻找高态。

这是 LHCb 发现前的模型预言；质量比实测低约 23 MeV。3888 MeV 的另一实方程解无共振谱形，被作者舍弃。

约 4462 MeV: 较高 1^{++} 分量的实验迹象



官方补充 Fig. 2(a,b). 红实线为 Baseline; 棕实线为加入额外项后的总拟合; 青色点划线为该项自身。图内名称为 $\chi_{c1}(4450)$ 。

$$J^{PC} = 1^{++}, \quad M = 4462 \pm 13 \text{ MeV}, \quad \Gamma = 67 \pm 18 \text{ MeV}.$$

统计显著性 3.7σ , 误差仅统计; 该模型变化计入系统误差, 未纳入 Baseline 新态结果。

Barnes: 含径向激发粲介子的 $X'(4480)$

把 $D\bar{D}^*$ 分子框架扩展到含一个内部 $2S$ 激发的粲介子

$$D(1S)\bar{D}^*(2S) \longleftrightarrow D(2S)\bar{D}^*(1S) \quad (+\text{c.c.})$$

模型动力学

长程单 π 交换 + 短程夸克交换;
包含两介子相对运动的 S/D 波耦合。

标准参数的中性共振

$$I = 0, \quad J^{PC} = 1^{++}, \quad M \simeq 4480 \text{ MeV}.$$

采用 $\Lambda = 1.2 \text{ GeV}$; 高于模型的 $\psi(2S)\omega$ 阈值 4469 MeV。

4480 是指定参数下的结果; 同组参数未产生 $I = 1$ 束缚态。原文未给可与 LHCb 4462 分量直接比对的定量总宽或 $D^*\bar{D}$ 分支比。

与 $X(3872)$ 的关系

$2S$ 是组成粲介子的内部激发;
两介子的相对运动仍含 S/D 波。

可以检验的末态

数值模型含 $\psi(2S)\omega$ 开放道;
作者另建议用 $J/\psi\omega$ 、 $\gamma\psi(2S)$ 、 $\gamma J/\psi$ 搜索这类 $I = 0, 1^{++}$ 伙伴。

Giron: 双夸克体系的 $2S$ 径向激发

动力学双夸克模型

$$\delta = (cq)\bar{3}_c, \quad \bar{\delta} = (\bar{c}\bar{q})3_c.$$

$$X(3872) \in \Sigma_g^+(1S) \longrightarrow \Sigma_g^+(2S).$$

在 Born–Oppenheimer 势中求径向谱；用 $X(3872)$ 固定 $1S$ 输入。

$2S$ 激发的是 δ – $\bar{\delta}$ 相对运动。

$1S/2S$ 多重态均含 1^{++} 成员。

$X(3872)$					
BO states	Potential	M	m_δ	$\langle 1/r \rangle^{-1}$	$\langle r \rangle$
$\Sigma_g^+(1S)$	JKM	3.8711	1.8747	0.27202	0.36485
	CPRRW	3.8721	1.8535	0.27519	0.36904
	BGS	3.8718	1.9402	0.21347	0.30268
$\Sigma_g^+(2S)$	JKM	4.4430	1.8747	0.42698	0.69081
	CPRRW	4.4410	1.8535	0.43057	0.69640
	BGS	4.4674	1.9402	0.42621	0.69756

原 Table 3 的 $1S/2S$ 节选。 M, m_δ : GeV; 长度: fm。

$2S$ 未分裂能级: 4.441–4.467 GeV

JKM、CPRRW 为格点势；BGS 为 Cornell 势。自旋及同位旋分裂尚未计入。

正文另粗估整个 $2S$ 物理谱带约 4.48–4.63 GeV。该谱带并非单个 1^{++} 的误差区间。

总结

振幅分析: LHCb 通过对 $B^+ \rightarrow D^{*-} D^+ K^+$ 的振幅分析, 发现了至少三个此前未观测的新共振态, 并通过联合拟合确定了 C 宇称。

4010: $J^{PC} = 1^{++}$, $M \simeq 4012.5$ 、 $\Gamma \simeq 62.7$ MeV; 分量存在的统计显著性 16σ 。

4462: 额外 1^{++} 项, 3.7σ 迹象。

Deng
耦合道机制

同一 Bare $\chi_{c1}(2P)$ 耦合 $D\bar{D}^*$ 连续谱, 产生 **3871 MeV 窄结构与 3990 MeV 宽结构** ($\Gamma \simeq 60$ MeV)。 $X(3872)$ 与高态由同一耦合体系联系。

Barnes
粲介子激发

分子通道含一个内部 $2S$ 激发的粲介子; 标准参数得到约 **4480 MeV**、 $I = 0$, 1^{++} 的 X' 。

Giron
双夸克激发

以 $X(3872)$ 固定 $\Sigma_g^+(1S)$, 激发双夸克-反双夸克的相对径向运动。含 1^{++} 的 $2S$ 多重态未分裂能级为 **4.441–4.467 GeV**。

Backup: Baseline 分量、fit fraction 与乘积分支比

Baseline 模型: 13 项	内容
D^*D 共振与阈值项 (7)	$\text{EFF}_{1^{++}}, \eta_c(3945), h_c(4000), \chi_{c1}(4010), h_c(4300), \chi_{c2}(3930), \psi(4040)$ 。
D^-K^+ 共振 (2)	$T_{\bar{c}s0}^*(2870)^0, T_{\bar{c}s1}^*(2900)^0$; 在本产生过程中确认。
D^*D 非共振 (4)	$1^{--}, 0^{--}, 1^{++}, 0^{-+}$; NR 的量子数不等于发现了同量子数的粒子。

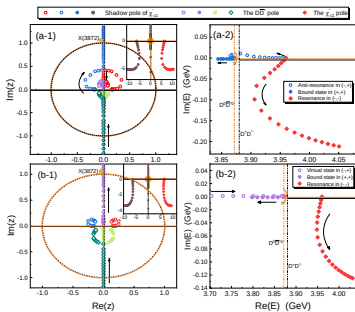
4010 的拟合份额和产生乘积

$$F_{D^{*+}D^-} = 10.1^{+1.6+1.3\%}_{-0.9-1.6\%}, \quad F_{D^{*-}D^+} = 9.1^{+1.4+1.2\%}_{-0.8-1.4\%}.$$

$$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \chi_{c1}) \mathcal{B}(\chi_{c1} \rightarrow D^{*+} D^-) = (0.69^{+0.11+0.09}_{-0.06-0.11} \pm 0.06) 10^{-4}.$$

前两项误差为统计、系统；第三项来自 $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow D^{*+} D^- K^+)$ 归一化输入。若对两排列求和，中心值及绝对误差均乘 2。fit fraction 的定义包含振幅干涉，不能视为独立事件概率。

Backup: 4010 对 $X(3872)$ 极点起源的约束



原图 Fig. 2: 简化模型的极点轨迹, Bare 质量 3.96 GeV. 标记区分来源与 Riemann sheet; 并非实验 Argand 图。

完整框架包含

Bare $c\bar{c}$ 、中性/带电 $D\bar{D}^*$ 、同位旋破缺、 $D\bar{D}\pi$ 三体效应及 D^* 宽度。

$X(3872)$ 的两种来源

弱耦合模式: $D\bar{D}^*$ 极点。

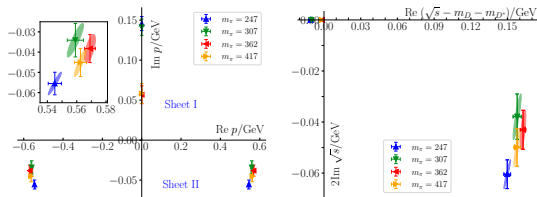
强耦合模式: 与 $c\bar{c}$ 相关的 shadow pole。

加入较高 1^{++} 态的信息

若把预测的高态指认为 4010, 作者的质量-宽度约束倾向弱耦合模式。

这是给定模型与指认下的推断。极点来源与组分比例是不同概念, 不能把这一推断当作实验测得的“分子概率”。

Backup: 格点中的两个 1^{++} 结构



原图 Fig. 6. 右图纵轴为 $2 \operatorname{Im} \sqrt{s} = -\Gamma_R$ 。最轻组按正文表格记为 $m_\pi \simeq 250$ MeV；原图图例标 247。

$N_f = 2$ 格点, $I = 0$, $J^{PC} = 1^{++}$ 。

通过能级提取散射振幅, 联合拟合得到阈值下束缚极点与较高共振。

有限能级与振幅参数化仍有限制; 较轻 pion 组近阈值提取还受单 pion 交换左手割线问题影响。

m_π	M_R	Γ_R
250	4008(4)	60(6)
307	4029(4)	38(9)
362	4050(3)	43(8)
417	4071(3)	50(7)

单位均为 MeV; 误差为该格点分析的统计误差。

物理 pion 质量尚未外推。

4008(4) 不能直接当作对实测 4012.5 的精密预言。

Backup: 常规 $2P$ 赋值与辐射衰变

修改的相对论势模型 + $^3P_0$ 强衰变模型，尝试 $\chi_{c1}(4010) = \chi_{c1}(2P)$ 。

	模型结果	如何与实验比较
质量	3948 MeV	比实测 4012.5 MeV 低约 65 MeV。
强衰变总宽度	48 MeV	初态用候选物理质量计算相空间；实测宽 62.7 MeV。

Initial state	Final state	Γ_i (Our Result)	Γ_i (LP/SP)[65]	Γ_i (NR/GI)[66]	Γ_i (SNR _{0/1})[58]	Γ_{exp}
$\chi_{c1}(2P)$	$\gamma J/\psi(1S)$	54	64/68	71/14	83/45	
	$\gamma\psi(2S)$	416	129/145	183/183	103/60	
	$\gamma\psi_1(1D)$	51	8.6/10.8	22/21	...	
	$\gamma\psi_2(1D)$	75	2.8/3.4	35/18	...	

原 Table V 节选，单位 keV，保留原表各模型列。Our Result: $\Gamma_{\gamma J/\psi} = 54$, $\Gamma_{\gamma\psi(2S)} = 416$ 。

测量 $\gamma\psi(2S)$ 与 $\gamma J/\psi$ ，可以检验这一具体的 $2P$ 赋值。

Backup: 4010 与 2^{++} 自旋伙伴的区别

对象	量子数	与 $X(3872)$ 的关系
$\chi_{c1}(4010)$	1^{++}	上述耦合道模型中, 可对应同一 $D\bar{D}^*-c\bar{c}$ 体系的较高结构。
分子 $X_2 \sim 4014$	2^{++}	HQSS 联系 $D\bar{D}^*$ 与 $D^*\bar{D}^*$ 的相互作用。

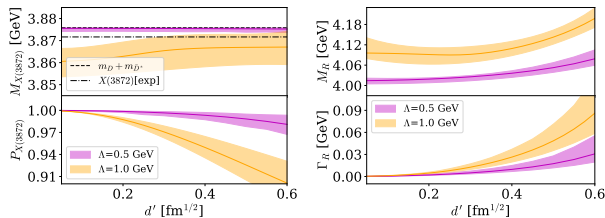
$$V_{1^{++}, D\bar{D}^*}^{\text{LO}} = V_{2^{++}, D^*\bar{D}^*}^{\text{LO}} = C_{0a} + C_{0b} \quad (I = 0).$$

此等式是最低阶接触 EFT 的 HQSS 关系, 不保证精确质量简并。

Belle 在 $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\psi(2S)$ 中的约 4014 MeV 结构仅 2.8σ 全局显著性, 自旋未定; 它尚不能被当作已确立的 X_2 。

同通道: Deng et al., PRD 110 (2024) 056034; J.-Z. Wang et al., PRD 111 (2025) L111502.
Shi et al., PRD 111 (2025) 074043. HQSS: Nieves and Pavón Valderrama, PRD 86 (2012) 056004.
Belle, PRD 105 (2022) 112011. 完整 arXiv 版本见参考文献。

Backup: Shi 等对格点能级的含 $c\bar{c}$ 再分析



原图 Fig. 10: $b = 0$, 扫描混合参数 d' , 两种截断 $\Lambda = 0.5, 1$ GeV。左为 X 质量与模型组分, 右为较高共振的质量与全宽 Γ_R 。

以 $m_\pi \simeq 266$ MeV 的既有 $D\bar{D}^*$ 格点能级约束 EFT; 加入 Bare P 波 $c\bar{c}$, 外推后可同时出现近阈值态与较高 1^{++} 共振。

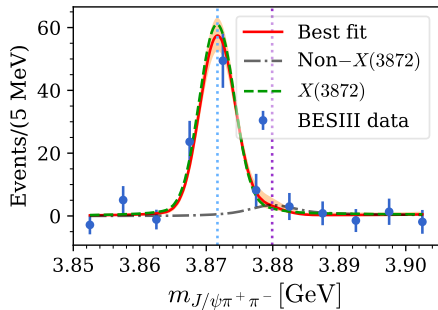
图中采用物理的同位旋平均 D/D^* 质量, 并对 Bare 质量移位 640(20) MeV; 不是原始格点能级。 1^{++} 数据约束不足, 参数扫描与外推影响极点指认; 与 Li 的独立格点计算是不同工作。

Backup: 各态与 $X(3872)$ 的伙伴关系

对象	关系	含义与适用条件
$X_2 \sim 4014, 2^{++}$	重夸克自旋 HQSS	分子框架中联系 $D\bar{D}^*$ 与 $D^*\bar{D}^*$; 需要控制 HQSS 破缺。
$\chi_{c1}(4010), 1^{++}$	同通道的两个极点	Bare $c\bar{c}$ 与介子道耦合的动力学图景; 不由对称性直接推出。
$X(4140), 1^{++}$	轻味 $SU(3)_f$	特定四夸克模型的 nonet 归属; 需考虑味混合与对称性破缺。
约 4480 区间	径向谱系: $X', 2S$	依赖具体激发机制; 没有普适的径向对称性保证其质量与存在。
$W_{c1}^{0,\pm}$	同位旋方向的伙伴	$I = 0$ 与 $I = 1$ 相互作用独立; $SU(2)_I$ 只联系同一多重态内成员。
$X_b, 1^{++}$	重夸克味 HQFS	分子框架中 $c \rightarrow b, D\bar{D}^* \rightarrow B\bar{B}^*$; 结合能可不同。

HQSS: Nieves and Pavón Valderrama, [PRD 86 \(2012\) 056004](#); 同位旋: Zhang et al., [JHEP 08 \(2024\) 130](#).
重味: Guo et al., [PRD 88 \(2013\) 054007](#); 同通道: Shi et al., [PRD 111 \(2025\) 074043](#).
其他模型: Maiani et al., [Sci. Bull. 66 \(2021\) 1616–1619](#); Barnes et al., [PRD 91 \(2015\) 014004](#).
Giron et al., [JHEP 05 \(2019\) 061](#). 完整 arXiv 版本见参考文献。

Backup: W_{c1} : $X(3872)$ 的同位旋伙伴



原 Fig. 3(b), Scheme-I0: BESIII 数据与 Ji 等的联合拟合。红: 总拟合; 绿: 匹配的 $X(3872)$ 项; 灰: non- $X(3872)$ 余项。

灰线含非 $X(3872)$ 的其余振幅效应, 不能标为纯 W_{c1} 产额。文中 2.7σ 针对 $X(3872)$ 的准束缚解释。

同位旋伙伴多重态

同位旋极限下 $I = 1$, 记作 $W_{c1}^{0,\pm}$; 中性成员为 1^{++} 。

$I = 0$ 、 $I = 1$ 的接触耦合独立, 单靠同位旋不能推出 W_{c1} 。

EFT 预言与联合线形分析

BESIII、LHCb 数据的重分析给出近阈值虚态极点。

可表现为阈值尖点或凹陷, 仍需不同产生过程检验。